

DOI:10.13409/j.cnki.jdpme.2020.03.019

考虑软土蠕变效应的路基沉降有限元反演分析*

王笑¹, 陈辉², 王赵明¹, 张东¹, 赵激¹

(1. 交通运输部公路科学研究院, 北京 100088; 2. 中国水利水电科学研究院流域水循环模拟与调控国家重点实验室, 北京 100038)

摘要: 提出了考虑软土蠕变效应的路基沉降有限元反演分析方法, 通过 Matlab 语言将 Abaqus 有限元分析软件嵌入改进的鲸鱼算法中, 实现了软土地层计算参数快速而又准确的获取。并采用修正的 Drucker-Prager 屈服准则模型与“时间硬化”蠕变法则耦合模型模拟考虑蠕变效应的路基土体的沉降变形情况。为了验证该方法的可靠性, 构建了某跨越软土地地区的高速公路路基有限元反演模型, 模拟了整个施工期内路基的变形情况, 结果表明, 反演分析得到的路基变形情况与实测值有较高的一致性。另外, 利用反演分析得到的计算参数预测了工后 10 年的路基与路面的沉降情况, 为该公路的运行与管理提供很好的理论指导。

关键词: 软土蠕变; 反演分析; 有限元; 路基沉降

中图分类号: U416 文献标识码: A 文章编号: 1672-2132(2020)03-0460-07

Finite Element Inverse Analysis for Soft Soil Subgrade Settlement Considering Creep Behavior

WANG Xiao¹, CHEN Hui², WANG Zhaoming¹, ZHANG Dong¹, ZHAO Wei¹

(1. Research Institute of Highway Ministry of Transport, Beijing 100088, China;

2. State Key Laboratory of Simulation and Regulation of Water Cycle in River Basin, China Institute of Water Resources and Hydropower Research, Beijing 100038, China)

Abstract: The finite element inversion analysis method, allowing for describing the creep behavior of soft soil, is presented for simulating the subgrade settlement. The finite element analysis software, ABAQUS, was embedded into the improved whale algorithm by MATLAB, thus the calculation parameters of soft soil can be obtained quickly and accurately. The modified Drucker-Prager and time hardening creep model were used to simulate the subgrade settlement and deformation. In order to test the reliability of the proposed method, the finite element inversion model was built for a highway subgrade crossing soft soil and the deformation of the subgrade was simulated during the whole construction period. The simulation results indicate that the subgrade deformation obtained by the inversion analysis agreed well with the measured data. In addition, the post-construction settlement was also predicted and the settlement was within 10 cm in ten years after construction, which provides good theoretical guidance for the operation and management of the highway.

Keywords: soft soil creep; inverse analysis; finite element method; subgrade settlement

* 收稿日期: 2018-07-05; 修回日期: 2019-03-18

基金项目: 国家自然科学基金创新群体基金项目(51621092)、中央基本科研经费项目(Z2060302160199029)资助

作者简介: 王笑(1990-), 女, 助理研究员, 博士。主要从事公路路基稳定性研究。Email: wang.xiao@rioh.cn

通讯作者: 陈辉(1990-), 男, 博士。主要从事岩土工程数值模拟计算。Email: chw@tju.edu.cn

引言

软土路基在自重应力作用下的沉降变形包括由填筑体材料引起的弹性变形和蠕变效应,直接影响高速公路的稳定性和承载能力。因此,如何较为准确地预测软土地基沉降,确保公路安全运营,不仅具有重要的理论研究价值而且具有很强的工程指导意义。有限元数值分析作为目前应用极为广泛的地基沉降数值模拟方法^[1-2],通常采用室内试验或者现场勘察所获得的土体参数进行计算。然而,这种参数获取方法具有一定的局限性,并不能准确反映路基整体的土体性质,从而导致计算结果精度受限。因此,基于实测数据,通过智能化分析方法进行土体力学参数反演,为土体计算参数的获取提供了新的方法。

李政等^[3]采用BP神经网络反演软土地基力学参数,进而预测工程的沉降量;李林峰^[4]基于进化神经网络的位移反分析方法对沈海高速福泉、泉厦段公路扩建前后路基差异沉降进行了预测;赵杰等^[5]采用BP神经网络进行了隧道围岩特性参数反演;肖明清等^[6]提出了基于参数敏感性分析和BP神经网络的动态施工反演分析方法来获取土体参数;谭昌明等^[7]针对多层软土地基,提出了分层迭代反演综合预测法;史旦达等^[8]运用了分层迭代反演方法对考虑蠕变变性的港区软土地基进行了参数反演和沉降预测。这些反演土体参数的方法往往受基础资料及理论的限制精度不高,并且未能真正联立有限元计算进行寻优,从而使预测结果并不理想。同时,在预测软土路基的长期沉降变形时,软土蠕变效应是不容忽略的重要因素^[9]。因此,本文提出了考虑软土蠕变效应的路基堆载预压反演分析方法,构建了基于改进鲸鱼算法的有限元反演分析系统,通过Matlab语言与Abaqus有限元分析软件的无缝对接,快速、准确地实现了软土地层计算参数的获取,进而使得后续的有限元分析结果更为准确地反映路基土体的沉降变形情况。为了验证该方法的可靠性,构建了某跨越软土地区的高速公路路基有限元模型,模拟了整个施工期内路基的变形情况,结果表明,反演分析得到的路基变形情况与实测值有较高的一致性。另外,利用反演分析所得到的计算参数预测了工后10年的路基与路面的沉降情况,为该公路的运行与管理提供很好的理论指导。

1 考虑蠕变的路基反演分析方法

1.1 耦合蠕变效应的本构模型

1.1.1 土体应力状态

本文采用线性Drucker-Prager屈服准则硬化模型^[10-11],其控制方程为:

$$\sigma_1 - \sigma_3 + \frac{\tan\beta}{2 + \frac{1}{3}\tan\beta}(\sigma_1 + \sigma_3) - \frac{1 - \frac{1}{3}\tan\beta}{1 + \frac{1}{6}\tan\beta}\sigma_c^0 = 0 \quad (1)$$

式中, σ_1 、 σ_3 分别表示第一、三主应力; β 为线性屈服面坡度角, $\tan\beta = \frac{6\sin\varphi}{3 - \sin\varphi}$;初始屈服应力 $\sigma_c^0 = 2c \frac{\cos\varphi}{1 - \sin\varphi}$, φ 为内摩擦角, c 为黏聚力。

1.1.2 蠕变过程的计算

ABAQUS中提供了幂次法则和双曲正弦法则来描述蠕变特性,其中前者又分为时间硬化和应变硬化,本文采用应用较为广泛的时间硬化蠕变模型计算路基的变形^[12]:

$$\epsilon^{*cr} = A(\sigma^{cr})^n t^m \quad (2)$$

式中, ϵ^{*cr} 为等效蠕变应变率; A 为反映土体蠕变速率、土体组成和结构的参数; σ^{cr} 为等效蠕变应力; n 为表征应力对蠕变影响的参数; t 为时间; m 为控制蠕变速度随时间增长而减小的参数。

对式(2)左右两边同时进行时间积分,得:

$$\epsilon = \frac{A}{m+1}(\sigma^{cr})^n t^{m+1} \quad (3)$$

1.2 基于位移监测数据的反演模型构建原理

材料参数主要包括自身属性参数、弹性力学参数、塑性参数及蠕变参数等,待反演的参数可表示为:

$$\mathbf{X} = [x_1 \ x_2 \ \cdots \ x_m]^T \quad (4)$$

式中, m 为待反演参数的总个数。

通过实际监测或者试验测量得到的位移值可表示为:

$$\mathbf{U}^0 = (u_1^0, \ u_2^0, \ \cdots, \ u_n^0) \quad (5)$$

式中, u_1^0, u_2^0, u_n^0 为测点处的实测位移值; n 为测点的个数。

土体位移变量 U 为待反演参数的函数,其函数关系式为:

$$U = f(x_1, \ x_2, \ \cdots \ x_n) \quad (6)$$

给定待求参数 $X = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_m]^T$ 初始值,即可获得各测点的位移值:

$$U = (u_1, \ u_2, \ \dots \ u_n)^T \quad (7)$$

式中, $u_1, \ u_2, \ \dots \ u_n$ 为各测点的位移值。

通过构建以下适应度函数寻找使计算结果与实际监测结果间误差最小的最佳适应度:

$$\begin{cases} \varphi(x_1, \ x_2, \ \dots, \ x_m) = \sum_{i=1}^n (u_i^0 - u_i)^2 \\ \varphi(X^*) = \min \sum_{i=1}^n [u_i^0 - u_i(X)]^2 \end{cases} \quad (8)$$

式中, X^* 为最佳适应度对应的土体力学参数; $u_i(X)$ 为土体力学参数为 X^* 时,通过有限元计算得到的位移值。

1.3 鲸鱼优化算法及其程序实现

鲸鱼优化算法 (Whale Optimization Algorithm, WOA) 是由 S. Mirjalili 等^[13]受座头鲸捕食机制的启发于 2016 年提出的一种基于生物群体的种群智能优化算法。该算法模仿了座头鲸利用独特的泡泡网觅食方法,并通过收缩包围、螺旋式位置更新及随机捕猎机制进行觅食的行为,包含了环绕式捕食、发泡网攻击和搜索捕食 3 个阶段。因为 WOA 算法具备原理简单、调整参数较少等特点,众多研究者已经验证了其收敛速度、精度以及极值寻优能力并将其成功应用于求解大规模优化问题^[14-16]。

1.3.1 环绕式捕食

假设当前群体中的最优位置为猎物,群体中的鲸鱼个体均向最优个体包围,其空间位置更新由式(9)所得:

$$X_{j+1} = X_{p_j} - A \cdot |C \cdot X_{p_j} - X_j| \quad (9)$$

$$A = 2a \cdot rand_1 - a \quad (10)$$

$$C = 2 \cdot rand_2 \quad (11)$$

式中, a 为收敛因子, $a = 2 - 2j/j_{\max}$, j 为当前迭代次数, j_{\max} 为最大迭代次数;猎物在 D 维空间中的位置 $X_p = (X_p^1, X_p^2, \dots, X_p^D)$; $A \cdot |C \cdot X_{p_j} - X_j|$ 为包围步长; $rand_1$ 和 $rand_2$ 为 $[0, 1]$ 的随机数。

1.3.2 包围收缩

鲸鱼以螺旋状向猎物靠近,其空间位置更新采用螺旋方程计算:

$$X_{j+1} = D' \cdot e^{bl} \cdot \cos(2\pi l) + X_{p_j} \quad (12)$$

式中, $D' = |X_{p_j} - X_j|$ 为鲸鱼与猎物间的距离; b 为控制螺旋线轨迹的常数; l 为 $[-1, 1]$ 的随机数。

1.3.3 搜索捕食

在参数 A 大于 1 或者小于 -1 时,鲸鱼优化算法会迫使鲸鱼个体偏离猎物,会随机选择鲸群个体作为最优位置来寻找更合适的猎物,其空间位置更新为:

$$X_{j+1} = X_{rand_j} - A \cdot |C \cdot X_{rand_j} - X_j| \quad (13)$$

式中, X_{rand} 为从当前群体中随机选取的鲸鱼个体位置。

1.3.4 算法改进

WOA 算法的探索和开发能力在很大程度上依赖于收敛因子 a 的变化。收敛因子 a 越大,算法的全局搜索能力越好,越不容易陷入局部最优;收敛因子 a 越小,算法的局部搜索能力越强,计算的收敛速度越快。在基本的 WOA 算法中,收敛因子 a 随迭代次数从 2 线性递减到 0 的前期,算法具备较好的全局搜索能力,但是收敛速度慢;后期收敛速度加快,但易陷入局部最优。由此可见,基本的 WOA 算法在实际的优化搜索过程中并不兼具良好的全局搜索能力和收敛速度。基于此,引入控制收敛因子 a 随迭代次数而非线性变化的公式:

$$a = (a_{\text{initial}} - a_{\text{final}}) \frac{1 - j/j_{\max}}{1 - \mu \cdot j/j_{\max}} \quad (14)$$

式中, a_{initial} 、 a_{final} 分别为收敛因子 a 的初始值和终止值; μ 为非线性调节系数。

同时,类似于其他群体智能优化算法,在 WOA 算法迭代的后期,群体中所有鲸鱼个体均向最优个体聚集,从而降低了群体的多样性。为了避免种群个体过度集中,本文通过引入变异算子对当前最优个体产生扰动,扩大鲸鱼个人搜索空间,使得 WOA 算法跳出局部最优,变异后的种群个体的表达式如式(15)所示,具体的变异处理参照文献[17]:

$$X'_i = \begin{cases} l_i + \lambda \cdot (u_i - l_i), & i = i_{\text{rand}}, i = 1, 2, \dots, n \\ X_i, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (15)$$

式中, l_i 、 u_i 分别为变量 x_i 的上界和下界; $\lambda \in [0, 1]$ 为随机数; n 为种群规模。

综上所述,基于改进的 WOA 算法的软土地基沉降有限元分析的流程如图 1 所示。

2 软土路基固结-蠕变沉降计算分析

2.1 计算模型概况

本文依托某跨越软土地区的高速公路进行数

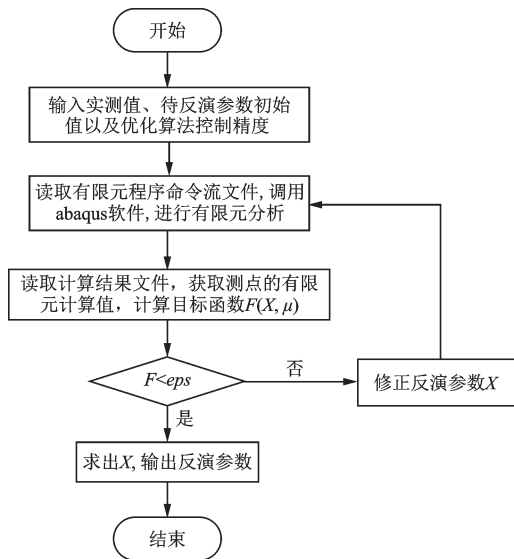


图1 软土地基参数优化反演过程

Fig.1 Process of the finite element inverse method

值模拟,其路基剖面如图2所示。路面结构为沥青路面结构,模型由表及底依次为0.69 m沥青路面、4 m路堤、0.5 m砂土垫层、19.5 m粉质黏土,地下水水位线位于地面下1 m,路堤及路面按照1:1.5放坡。测点1,2,3位置埋设3个变形监测仪器,用于监测施工过程中地基的变形情况。

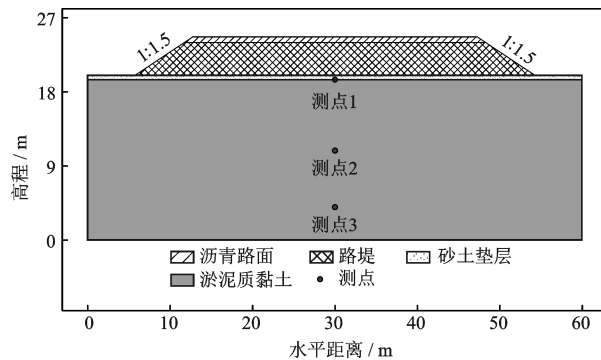


图2 路基设计剖面

Fig.2 Design profile of the subgrade

2.2 有限元模型

本文构建的有限元模型计算主要为了获取软土路基的沉降变形,模型的网格如图3所示,网格尺寸为0.75~1 m,模型的边界条件见表1。

2.3 模型计算参数反演区间

模型的待反演参数共7个,分别为弹性模量 E 、泊松比 μ 、线性屈服面坡度角 β 、初始屈服应力 σ_c^0 及蠕变参数 A, m, n ,其取值范围见表2。对于WOA

算法,最大的迭代次数设置为150代,种群规模为30个,对数螺旋形状常数为1。

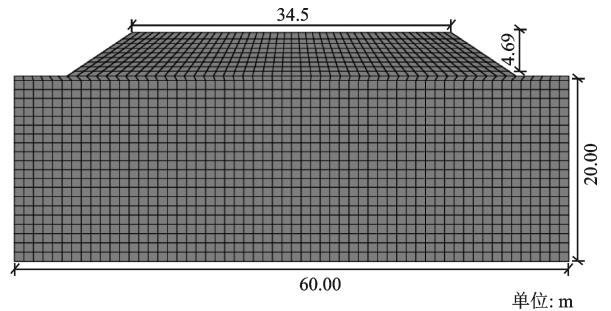


图3 模型网格

Fig.3 Meshing of the numerical model

表1 模型边界条件的设定

Table 1 Boundary conditions of the numerical model

边界位置	边界类型
路基表面	自由排水边界
路基左右两侧	水平约束
地基底部	不排水的固定边界

表2 待反演参数的设置

Table 2 Ranges of the unknown inversion parameters

待反演模型参数	反演区间	
弹性模量 E/kPa	[3 000, 5 000]	
泊松比 μ	[0.2, 0.4]	
线性屈服面坡度角 β	[20, 40]	
初始屈服应力 σ_c^0/kPa	[30, 80]	
蠕变参数	A	[1e-6, 2e-6]
	m	[-1, 0]
	n	[1, 3]

2.4 结果分析

利用施工期第210天的测点1、测点2、测点3的实测沉降数据作为基础数据构建适应度函数进行参数反演分析。图4给出了基于传统粒子群算法与改进的WOA算法的反演分析适应度函数收敛曲线,从图中可以看出,改进的WOA算法在38代时适应度值已经不在变化,说明计算已经收敛,此时适应度函数值为 $2.5e-5$ 。而粒子群算法则是在75代时适应度不再发生变化,收敛后的适应度函数值则为 $4.7e-2$ 。由此可见,改进的WOA算法比粒子群算法的反演计算收敛速度更快,表现出的寻优能力更强,且寻优的精度更高。因此,本文提

出的基于改进的WOA算法的反演分析方法既可以保证高精度的计算结果,又可以大大节省计算时间。

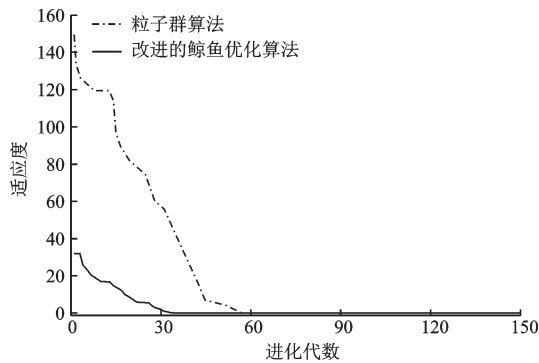


图4 算法的寻优曲线

Fig.4 Optimization curve of the algorithm

经过反演分析得到了地基的本构模型计算参数,见表3。可见,反演分析得到的模型参数与设计参数的取值存在较大差别。

表3 反演参数与设计参数对照

Table 3 Comparisons between the inversion parameters and the design parameters

模型参数	反演得到的参数	设计参数
弹性模量 E/kPa	4 200.0	3 300.0
泊松比 μ	0.36	0.25
线性屈服面坡度角 β	35.3	22
初始屈服应力 σ_c^0/kPa	57.0	45
蠕变参数	A	$1.2e-6$
	m	-0.99
	n	2.0
		1.5

利用反演分析得到的模型参数进行有限元计算得到的路基施工刚完成与施工完成10年后的竖向位移云图,分别如图5(a)和图5(b)所示。从图中可以看出,路基竖向位移的等值线呈近似椭圆形,且最大沉降发生区域处于地基表面中心区域。对比发现,刚竣工完成的位移云图与10年后的位移云图有较大差别,这表明软土路基上的公路会发生明显的后期蠕变变形。因此,为了准确计算预测公路的变形情况,蠕变效应是不能忽略的。

利用反演参数与设计参数进行计算所得的整个施工期计算结果,如图6所示。由图可知,虽然基

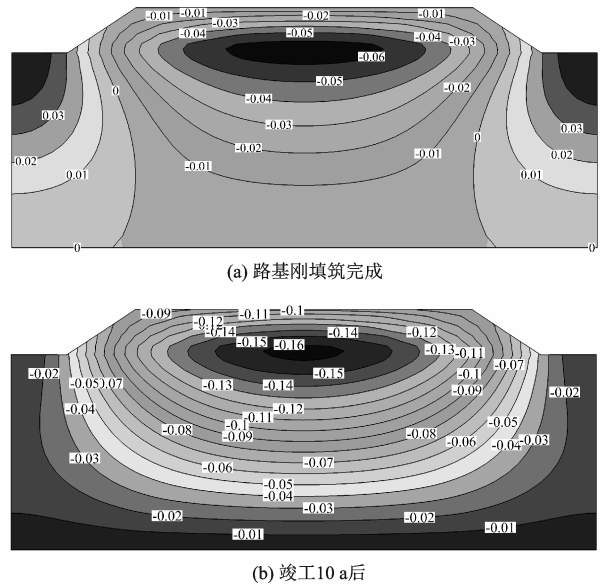


图5 路基竖向位移云图

Fig.5 Contour of the vertical displacement of the subgrade

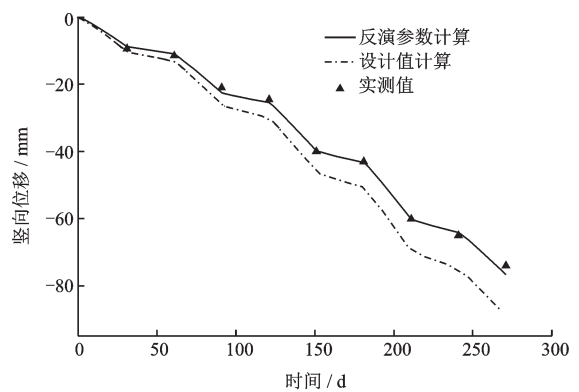
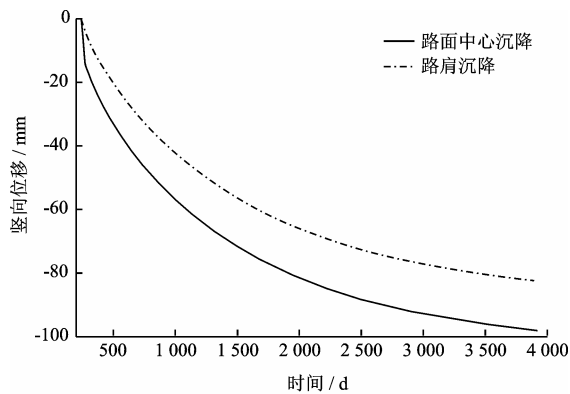


图6 反演参数和设计参数计算沉降值与实测值对比

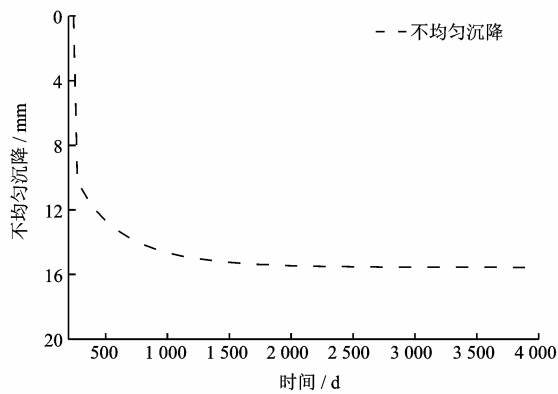
Fig.6 Comparisons between the calculated and the measured results of settlement

于反演参数与设计参数两者计算的结果趋势基本一致,但是随着时间的推移,两者的差距也逐渐变大,反演分析的结果与实测值之间拟合效果更好。这说明经过反演分析,变形计算精度可以得到大大提高,从而验证了本文所提方法的可靠性。

统计路面中心点与路肩部位竖向沉降随时间的变化情况,如图7(a)所示。由图可知,公路竣工后出现了持续的沉降变形,并且路面中心处的沉降要明显大于路肩部位,两者的变形速率均呈现由快变慢的趋势,工后10年,路面的沉降在10 cm以内,满足公路路基设计规范要求。统计路面中心处与路肩处二者沉降差异值(即不均匀沉降)随时间的



(a) 路面和路肩沉降



(b) 路基变形

图7 路基时变趋势

Fig.7 Subgrade settlement time-varying trend

变化情况,如图7(b)所示。可见,随着时间的推移,大约在竣工后5年左右,不均匀沉降值逐渐趋于稳定,控制在16 mm左右。

3 结 语

基于改进的WOA算法提出了可以考虑软土蠕变效应的路基沉降基反演分析模型,并依托某跨越软土地区的高速公路进行数值模拟研究。通过反演分析得到了该工程的地基模型参数,结果表明改进的WOA算法相比传统的粒子群算法具有更高的寻优速度与精度。通过与实测资料的对比分析可知,由反演分析得到的路基变形情况与实测值有较高的一致性,从而验证了本文所提方法的可靠性与合理性。在此基础上,利用反演分析所得到的计算参数预测了工后10年的路基与路面的沉降情况,为该公路的运行与管理提供很好的理论指导。同时,本文的研究成果可以为同类工程提供很好的参考价值。

参考文献:

- [1] 肖文辉,童建胜,王德富.高速公路软基堆载预压的固结变形有限元分析[J].公路,2012(5):79-82.
Xiao W H, Tong J Sh, Wang D F. Finite element analysis of consolidation deformation of pre-loading in expressway soil roadbed[J]. Highway, 2012(5): 79-82. (in Chinese)
- [2] 章海明.高速公路软土路基沉降及处治数值分析[J].水利与建筑工程学报,2017,15(6):211-215.
Zhang H M. Numerical analysis of settlement and treatment of soft soil subgrade under highway[J]. Journal of Water Resources and Architectural Engineering, 2017, 15(6):211-215. (in Chinese)
- [3] 李 政,孟德光,李冰心.神经网络在软基沉降预测中的应用[J].西北农林科技大学学报(自然科学版),2007,35(7):219-222.
Li Zh, Meng D G, Li B X. Application of neural network to settlement prediction of soft soil foundation[J]. Journal of Northwest A&F University (Natural Science Edition), 2007, 35(7):219-222. (in Chinese)
- [4] 李林峰.基于位移反分析的拓宽路基差异沉降预测[J].公路交通科技,2015,32(1):57-63.
Li L F. Prediction of differential settlement of widened subgrade based on displacement back analysis[J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development, 2015, 32(1): 57-63. (in Chinese)
- [5] 赵 杰,刘历胜,王桂萱,等.大连地铁暗挖隧道变形监测及参数智能反演[J].防灾减灾工程学报,2016,36(4):640-645,651.
Zhao J, Liu L Sh, Wang G X, et al. Deformation monitoring and inversion analysis of surrounding rock mechanics parameters for metro construction with mining method in Dalian[J]. Journal of Disaster Prevention and Mitigation Engineering, 2016, 36(4): 640-645, 651. (in Chinese)
- [6] 肖明清,刘 浩,彭长胜,等.基于神经网络的深厚软土地层参数反应分析[J].地下空间与工程学报,2017,13(1):279-286.
Xiao M Q, Liu H, Peng Ch Sh, et al. Back analysis of deep soft soil parameters based on neural network[J]. Chinese Journal of Underground Space and Engineering, 2017, 13(1): 279-286. (in Chinese)
- [7] 谭昌明,周 建,黄广龙.多层软土地及沉降的分层迭代反演综合预测法[J].中国公路学报,2001,14(4):28-32.
Tan Ch M, Zhou J, Huang G L. Iterative back-analysis

layer by layer method to predict settlement of several layers soft clay ground [J]. China Journal of Highway and Transport, 2001, 14(4): 28-32. (in Chinese)

- [8] 史旦达,周健,贾敏才,等.考虑蠕变性状港区软土地基参数反演和长期沉降预测[J].岩土力学,2009,30(3):746-750.
Shi D D, Zhou J, Jia M C, et al. Back analysis of parameters and long-term settlement prediction of harbor soft ground considering its creep behavior[J]. 2009, 30(3): 746-750. (in Chinese)
- [9] 于秀梅,肖军华,范春青.路堤荷载下软土地基蠕变变形形状预测及分析[J].国防交通工程与技术,2007(4):29-32.
Yu X M, Xiao J H, Fan Ch Q. Numerical simulation and analysis of soft soil foundation creep deformation [J]. Traffic Engineering and Technology for National Defence, 2007(4):29-32. (in Chinese)
- [10] 朱向荣,王金昌.ABAQUS软件中部分土模型简介及其工程应用[J].岩土力学,2004,25(增2):144-148.
Zhu X R, Wang J Ch. Introduction to partly soil models in ABAQUS software and their application to the geotechnical engineering [J]. Rock and Soil Mechanics, 2004, 25(Sup 2):144-148. (in Chinese)
- [11] 秦子鹏,杜应吉,田艳,等.深层覆盖层上沙坝泄洪洞沉降的有限元分析[J].防灾减灾工程学报,2017,37(2):273-279.
Qin Z P, Du Y J, Tian Y, et al. Finite element analysis of settlement of spillway tunnel of sand dam on deep overburden[J]. Journal of Disaster Prevention and Mitigation Engineering, 2017, 37(2):273-279. (in Chinese)
- [12] 吴志坚,陈拓,马巍.机车荷载作用下青藏铁路多年冻土区普通路基的蠕变分析[J].岩土力学,2011,32

(增2):83-87.

- Wu Zh J, Chen T, Ma W. Creep analysis of plain fill embankment at permafrost regions along Qinghai-Tibet Railway under train dynamic load [J]. Rock and Soil Mechanics, 2011, 32(Sup 2): 83-87. (in Chinese)
- [13] Mirjalili S, Lewis A. The whale optimization algorithm [J]. Advances in Engineering Software, 2016, 95: 51-67.
- [14] 崔东文.鲸鱼优化算法在水库优化调度中的应用[J].水利水电科技进展,2017,37(3):72-94.
Cui D W. Application of whale optimization algorithm in reservoir optimal operation [J]. Advances in Science and Technology of Water Resources, 2017, 37(3): 72-94. (in Chinese)
- [15] 龙文,蔡绍洪,焦建军,等.求解大规模优化问题的改进鲸鱼优化算法[J].系统工程理论与实践,2017,37(11):2983-2994.
Long W, Cai Sh H, Jiao J J, et al. Improved whale optimization algorithm for large scale optimization problems [J]. Systems Engineering-Theory & Practice, 2017, 37(11):2983-2994. (in Chinese)
- [16] 刘竹松,李生.正余混沌双弦鲸鱼优化算法[J].计算机工程与应用,2018,54(7):159-163, 212.
Liu Zh S, Li Sh. Whale optimization algorithm based on chaotic sine cosine operator [J]. Computer Engineering and Applications, 2018, 54(7): 159-163, 212. (in Chinese)
- [17] Wang Y, Cai Z X, Zhou Y R, et al. Constrained optimization based on hybrid evolutionary algorithm and adaptive constraint-handling technique [J]. Structural & Multidisciplinary Optimization, 2009, 37(4):395-413.
(本文责编:池营营)



(上接第446页)

- [17] Platt J C. Sequential minimal optimization: a fast algorithm for training support vector machines [C]//Advances in Kernel Methods-support Vector Learning. Cambridge, UK: Computer Science, Microsoft Research Technical Report, 1998, 19:98, 212-223.
- [18] 谈庆明.量纲分析[M].安徽:中国科学技术大学出版社,2005.
Tan Q M. Dimensional analysis[M]. Anhui: University of Science and Technology of China Press, 2005. (in Chinese)

- [19] 杨忆,李建国,葛方振,等.基于Scikit-Learn的垃圾短信过滤方法实证研究[J].淮北师范大学学报(自然科学版),2016,37(4):39-41.
Yang Y, Li J G, Ge F Zh, et al. An empirical study on spam messages detection method based on scikit-learn [J]. Journal of Huaibei Normal University (Natural Science), 2016, 37(4):39-41. (in Chinese)
- [20] Garreta R, Moncecchi G. Learning scikit-learn: machine learning in python[M]. Birmingham, UK: Packt Publishing, 2013.